



TITLE:

流率算の普及について:エドモンド・ストーン『流率法』(1730)(数学史の研究)

AUTHOR(S):

高橋, 秀裕

---

CITATION:

高橋, 秀裕. 流率算の普及について:エドモンド・ストーン『流率法』(1730)(数学史の研究). 数理解析研究所講究録 2009, 1625: 296-303

ISSUE DATE:

2009-01

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/140281>

RIGHT:

# 流率算の普及について —エドモンド・ストーンの『流率法』(1730)—

大正大学 高橋 秀裕 (Shuyu TAKAHASHI)  
Taisho University

## 1 はじめに

従来の 18 世紀英国の微積分学史を眺めてみると、ニュートンが創始した流率算は 18 世紀英国数学の衰退期の主要な原因とされ、とりわけニュートン自身の流率記号と（幾何学的）方法論のまずさが強調されている。そして、18 世紀英国数学界が無活動だったのは、ニュートン-ライプニッツの先取権論争や島国根性などに起因する、英国の大陸からの孤立によるものであり、まさに Dot-Age は、ニュートンの流率算を信奉した熱狂的愛国者に支払われた代償であるとさえ言われている。実際、F. カジョリ (Cajori) も、その著書 *A History of the Conceptions of Limits and Fluxions in Great Britain from Newton to Woodhouse* (1919) の中で、ニュートンの記法は貧困で、彼の流率論は幾何学に過度に密着し解析学を軽視していると述べた上で、上記のような、英国微積分学の衰退のテーゼを支持した議論を展開している。しかし、こうした見方（英国微積分学の衰退のテーゼ）は 19 世紀初頭、ケンブリッジ数学改革（「解析協会」1812 年設立）に起源があると思われる。

本研究は、18 世紀英国においてニュートン流率論がどのように受容され、大陸との確執を通じて、その後どのように発展していったのかを再構成することを主眼とし、その過程でカジョリの 18 世紀英国微積分学史に批判的な検討を加えることを目標に開始された。近年の研究を見回しても、この種の研究が特段に進展しているとは決して言えないが、本稿ではともかくも出発点として、グイッチャルディーニの優れた研究 (1989) を足掛かりに、まず 1700 年（1704 年『光学』刊行以前）から 1730 年（ストーンの『流率法』刊行）までにその期間を限定し、英国におけるこの最初期の流率算の普及について概観し、これまでほとんど紹介されてこなかったストーン『流率法』の内容を瞥見することにしたい。

## 2 流率算を試み発展させた最初の人々

流率算を試み発展させた最初の人々として、例えばファシオ、クレイグ、デイヴィッド・グレゴリー(1659-1708)といった人物が挙げられる。しかしこの段階では彼らはまだ未刊行のニュートンの「新解析」に関して触れる場合は個人的にニュートンに相談が必要であった。初期の頃の流率算の普及は、ニュートンの重力理論や光学理論のそれと比較すると、不確実で混乱した状況から始まったのである。

ニュートンのお気に入りの一人ファシオ・ド・デュイリエ(1664-1753)は、1691-2年の冬に「求積論<sup>\*1</sup>」(1704年)の予稿を部分的に読むことが許された。そして彼は『最速降下線に関する二重の幾何学的研究』(*Lineae brevissimi descensus investigatio geometrica duplex*)(1699)を刊行した。この中でファシオは有名な最速降下線問題の彼自身による解法を提示している。しばらくケンブリッジに居住していた経験があり、ニュートンとも特権的な関係にあったスコットランド人ジョン・クレイグ(d.1731)は、1685年にニュートンの『解析について』(*De Analysi*)(1669執筆; 1711刊行)と『方法について』(*De Methodis*)(1670-71執筆; 1736刊行)を部分的に研究することができた。クレイグは、英国における求積に関する最初の著作として『直線および曲線によって囲まれた図形の求積を決定する方法』(*Methodus figurarum lineis rectis & curvis comprehensarum quadraturas determinandi*)(1685)を刊行している。続いて、『曲線で囲まれた図形の求積と幾何学的軌跡に関する数学論考』(*Tractatus mathematicus de figurarum curvilinearum quadraturis et locis geometricis*)(1693)を刊行した。これらが微分の記法を用いて書かれているのは何とも皮肉なことである。

こうした状況は、1704年以前のこの時期、流率算に関する精確な情報を得るのがいかに困難であったかを極めてよく示している。英国の初期の流率論者にとって、参照可能な刊行済み資料は、ライプニッツもその創刊に深く係わった学術雑誌『学術紀要』(*Acta eruditorum*)(1682-1731)、そして1696年からは、微分学に関する最初の教科書であるロピタル『曲線理解のための無限小解析』(*Analyse des infiniment petits sur l'intelligence des lignes courbes*)(1696)であった。クレイグのすべての数学的著作は完全にライプニッツ的微積分学の伝統の中でのものだったのである。

## 3 教科書の刊行(1700-30)

ロンドンで最も影響力のあった数学教師の一人ジョン・ハリス(1666-1719)は、ニュートンの自然哲学を採用しようとした最初の一人でもあった。彼は1696年に王立協会フェローに選出され、事務局長も経験している。数学の無料の公開講座を開いたり、有名なボイル講演もおこなっている。彼の著書『新代数要論』(*New*

<sup>\*1</sup>ニュートン『光学』(1704年)の付録として発表される。

*Short Treatise of Algebra*)(1702)は、流率算には「流率の代数学」として実際 20 ページしかあてられていないが、流率算の入門書としての最初の出版物と見なすことができる。1705 年の第 2 版には、「読者（熱狂者）へ」の注意として「彼〔読者〕は、上記の著者たち、すなわち、(『学術紀要』における) ニュートン、ウォリス、ニーウエンテイト、ライプニッツ、そして、とりわけロピタル侯爵の優れた無限小解析を精読することによって、十分な満足を見出すであろう<sup>\*2</sup>」という記述が見られる。

ハリスの最も成功している著作は『技法辞典』(*Lexicon Technicum*, 2vols.)(1704, 1710)であったと言われる。これは 2 巻からなる膨大な科学事典であるが、使われなくなったジョセフ・ラフソンの『数学辞典』(1702 年)を改編したものだった。これには級数、代数方程式、円錐曲線に関する論考が含まれており、第 2 巻(1710)に「曲線の求積」という標題でニュートンの『求積論』(1704)の英訳が入っていることは注目に値する。しかし、ハリスはそれを、完全に異なる原理に基づく第 1 巻の論考「流率」と調和させる必要性を感じていなかったようである。

ウィリアム・ジョーンズ(1675–1749)の著作『数学傑作の概要』*Synopsis Palmariorum Matheseos*(1706)も流率を扱っていた。彼はハリスの友人であり、おそらく生徒の一人であったようである。彼もまた数学教師になった。彼は 1711 年に刊行されたニュートンの『解析について<sup>\*3</sup>』の編集者として、またニュートン-ライプニッツの先取権論争に対して設立された委員会のメンバーの一人としてよく知られている。

ジョーンズの『概要』は一つの版だけだったが、非常によく知られ、またしばしば引用された。第一部に算術と代数学、第二部には円錐曲線、平面、球面三角法、機械学、および光学を含む、高度な教科書であった。厳密にはほんの数ページだけが流率算にあてられていただけであったが、彼はニュートンの記法を提示して、いわゆる初等関数の微分規則を与え、べき級数に「逆方法」(項別積分)を適用した。興味を引くのは、『グリーンキピア』のいくつかの命題を論ずるのに機械学を取り扱っている箇所である。18 世紀の初め、おそらくニュートンの主要な著作が最も優れた数学者にとってでさえ理解しにくかった時代に、ジョーンズの『概要』はこの箇所があることで非常に役立つものになっていたと思われる。

ジョージ・チェイン(1671–1743)は『逆流率法』(*Fluxionum Methodus Inversa*)(1703)を刊行した。この書は、盗作の脅威を感じたニュートンの怒りを喚起することになった。その結果、アブラハム・ド・モアブル(1667–1754)はチェインを攻撃するようニュートンに指示されることになる。実際、ド・モアブルは『ジョージ・チェインの逆流率法に関する論考に対する異論』(*Animadversiones in D. Georgii Cheynaei Tractatum de Fluxionum Methodo Inversa*)(1704)でチェインを激しく攻撃した。ニュートン自身も、1693 年に書かれた求積に関する自己の論文を発表す

<sup>\*2</sup>ハリス、第 2 版(1705), p. 149

<sup>\*3</sup>1711 年刊行の標題は『量、級数、流率および微分による解析』(*Analysis per quantitatum, series, fluxiones, ac differentias*).

べき時であると感じる。こうしてそれは、「曲線の求積論」(*Tractatus de quadratura curvarum*)という標題で、『光学』(*Opticks*, 1704)の付録として刊行されたのである。

チャールズ・ヘイズ(1678-1760)は、1704年に『流率論』(*Treatise of Fluxions*)を刊行する。これは最速降下線問題や曲率半径の研究から「機械的」曲線の求積まで、18世紀初期の微積分学の知られているすべての領域を覆う内容が盛り込まれていた。

また、数学教師であったハンフリー・ディットン(1675-1715)は『流率教程』(*Institution of Fluxions*)(1706; 1726)を刊行した。ヘイズ(1704)ほど上級ではないが、基礎に関してはより詳細で正確なものであった。

最後に、流率に関する他の刊行物を挙げておこう。『往復書簡集』(*Commercium Epistolicum*)(コリンズ(1713))には、ニュートンによるライプニッツ宛の有名な二つの書簡(「前の書簡」「後の書簡」)(1676)と論考『解析について』(1711)が収められている。ジョゼフ・ラフソン『流率の歴史』(*History of Fluxions*)(1715)は、ライプニッツ『新方法』(1684)、ニュートン『求積論』(1704)、チェイン『逆流率法』(1703)、クレイグの論考(1698)からのかなり混乱した一連の引用からなる。

この時代には、ニュートンの天文学、機械学、および光学を大衆向けに紹介するものは多かったが<sup>\*4</sup>、流率算に関する論文にとって、市場は制限されていた。流率算に関する論考は1730年代後半になって増大することになる。この流れの分岐点にストーンの『流率法』(1730)は位置していると考えられる。

## 4 ストーン『流率法』の登場

エドモンド・ストーン(Edmund Stone, 1695-1768)は、スコットランド、インヴェラリーの第2代アーガイル公爵ジョン・キャンベルの庭師の息子として生まれた<sup>\*5</sup>。ストーンは8歳で初めて本を読むことを習い、その後、数学の著作を読むために完全に独学でフランス語とラテン語を習得した。そして数学器械<sup>\*6</sup>に興味をもち、実験哲学の本を読み始めた。結果として、ストーンはアーガイル公爵に科学的な才能を見出され、養育されることになる。この過程にはこんなエピソードが伝えられている。ある日、公爵は彼の庭の草むらにニュートンの『グリーンキピア』(ラテン語版)が落ちているのを見つけた。公爵はそれが自分の書庫から持ち出されたものであると思い、戻しておくよう家人に命じた。すると18歳の若い庭師(ストーン)はそれが自分のものであると彼に言った。こうして青年ストーンは公爵の知るところとなった。

キャンベルは、偉人として科学に関するあらゆる一般知識を身につけることが

<sup>\*4</sup>数学的証明よりむしろ実験が優位を占めていた。

<sup>\*5</sup>グラスゴーから65マイルほど離れたファイン湖畔に現在でもインヴェラリー城を見ることができる。

<sup>\*6</sup>数学器械とは、物差しや定規、羅針盤、六分儀、経緯儀など、精密が要求されるさまざまな科学実験器具を指す。

軍事の才能に結びつくと考えていた。キャンベルの保護の下、ストーンはどの教育研究機関とも結びつきなしに研究を推進していくことになったのである。以下、1730年前後の簡単な年譜を示し、1730年刊行の『流率法，正と逆』(*The Method of Fluxions, both Direct and Inverse*)の内容を見ることにしよう。

- 1720年，ロピタルの円錐曲線に関する著作を翻訳
- 1723年，ビオンの数学器械に関する著作を翻訳
- 1725年，王立協会の会員となる
- 1726年，『新数学事典』(*A New Mathematical Dictionary*)を刊行<sup>\*7</sup>
- 1730年，『流率法，正と逆』全2巻を刊行
- 『流率法』第2巻、フランス語に翻訳される
- 1736年、ニュートンとスターリングによって見落とされていた、3次曲線の2種を独自に見つける
- 1743年のアーガイル公爵の死後、ストーンの状況は悪化し、人生の後半は貧困生活

## 5 『流率法，正と逆』の内容

ストーンの『流率法』は、次のような内容の全2巻からなる。

第1巻：ロピタル『曲線理解のための無限小解析』の翻訳

第2巻：ストーン自身による逆流率法<sup>\*8</sup>

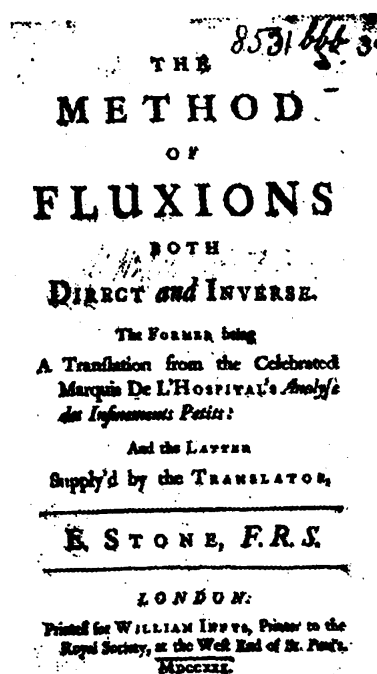
第1巻における翻訳は、ニュートンの記法で書き直されている。

### ◆ 第1巻の構成・内容

- ・ 序文 (10 ページ)
- ・ 訳者から読者へ (7 ページ)
- ・ 目次 (4 ページ)

<sup>\*7</sup>ハリス (1704; 1710) のオールターナティヴ。

<sup>\*8</sup>積分法に相当。



- ・第1章～第10章 (238 ページ)
- ・図版 (156)

かなり高度なレベルで、方法論的な論考となっている。各章の内容は次の通りである。

**第1章：** 量の流率を見出すこと (流率算の規則)

**第2章：** 様々な種類の曲線に接線を引くための流率の利用

**第3章：** 曲線における最大・最小の縦線を見出すための流率の利用 (極小・極大問題の解法に帰着される)

**第4章：** 曲線の変曲点および後戻り点 (retrogression ← rebroussement) [尖点]を見出すための流率の利用

**第5章：** 縮閉線および伸開線の理論における流率の利用

**第6章：** 反射による火線 (causticks) を見出すための流率の利用

**第7章：** 屈折による火線を見出すための流率の利用

**第8章：** 位置において与えられた無限個の曲線または直線に接する曲線を見出すための流率の利用

**第9章：** 上記の方法によるいくつかの問題の解

**第10章：** 新方法にならった幾何学的曲線における流率の利用、そこからデカルト、フッデの方法に帰着される

例えば、第1章の「微分」(Différence)を定義している「定義2」では、「流率」(Fluxion)の定義として次のように述べられている。

定義2： 変量が連続的に増加あるいは減少する無限小部分は、その量の流率と呼ばれる<sup>\*9</sup>。

ストーンはロピタルの différence を単純に fluxion に書き換えているだけであるから、明らかに誤謬をおかしている。表記も、ライプニッツ流の  $dx$  をそのまま  $\dot{x}$  と置き換えている。したがって、ロピタルの「微分を見出すこと」はストーンでは「流率を見出すこと」とされ、「積の流率」を見出す命題2では、 $xy$  の流率が次のように導かれている。

---

<sup>\*9</sup>p. 1.

$xy$  の流率は  $y\dot{x} + x\dot{y}$  である. というのも,  $x$  が  $x + \dot{x}$  となると,  $y$  が  $y + \dot{y}$  となり, したがって  $xy$  が  $xy + y\dot{x} + x\dot{y} + \dot{x}\dot{y}$  となるからである. それは  $x + \dot{x}$  と  $y + \dot{y}$  の積であり, その流率は  $y\dot{x} + x\dot{y} + \dot{x}\dot{y}$ , すなわち  $x\dot{y} + \dot{x}y$  となるであろう. なぜなら,  $\dot{x}\dot{y}$  は他の項  $y\dot{x}$  や  $x\dot{y}$  に関して無限に小さい量だからである<sup>\*10</sup>.

また, 第4章の定義1では, 「変量の流率の連続的な増加または減少によって生成される, 無限に小さい部分は, その量の流率の流率と呼ばれる. すなわち, 第二の流率である」という記述が見られる. こうしてストーンは, 「第三の流率」を「第二の流率の流率」として定義している.

#### ◆ 第2巻の構成

- ・第1章～第8章 (212 ページ)
- ・正誤表 (2 ページ)
- ・図版 (84)

傑作とは言えないが, 積分表 (流量の形式) が載せてあり (第2章), 当時においても大変便利であったと思われる. 各章の内容は次の通りである.

**第1章** : 分数式および無理量の無限級数への還元について

**第2章** : 与えられた流率式の流量を見出すことについて

**第3章** : 曲線領域の求積における逆方法の利用

**第4章** : 曲線の求長における流率の利用

**第5章** : 立体の求積およびその表面積の求積における流率の利用

**第6章** : 図形の重心を見出すための流率の利用について

**第7章** : 図形の振動の中心を見出すための流率の利用

**第8章** : 様々な諸問題の流率による解析について

第1章ではその劈頭で「流量」が次のように定義されている. 「与えられた流率方程式の流量または流れる量とは, 与えられた流率方程式が流率であるその量のことである」<sup>\*11</sup>.

---

<sup>\*10</sup>p. 4-5.

<sup>\*11</sup>Appendix, p. 1.



## 6 おわりに

英国で受容されていった「新解析」は、最も初期の段階ではいわばライブニッツ流で扱われた。スコットランドのクレイグも流率に切り替える前に、最初は微分を好んで用いた。ストーンは英国の読者に、幾何学的な問題にだけ応用した、直接的な方法に関する系統的で解析的な論考（『流率法』）を提供した。それは基本的には「微分」を単純に「流率」に置き換えただけのものであり、絶望的な混乱をまねくことにもなった。しかし幸いと言ってよいのか、ストーンの『流率法』（1730）は初めからそれほど普及したようには思われない。実際、それはすぐに、1730年代と1740年代に刊行される多くのより最新の教科書に取って代わられることになる。よく知られた、パークリの『解析家』（1734）によって引き起こされた「解析家」論争で、基礎の問題について英国の数学界は過度に敏感になり、ロピタルのまさに無限小主義者の論考を厳密に受け入れようとしたとも考えられる。

## 参考文献

- L'Hospital, Guillaume-François-Antoine de. *Analyse des infiniment petits sur l'intelligence des lignes courbes* (Paris: Imprimerie Royale, 1696).
- Stone, Edmund. *The Method of Fluxions, both Direct and Inverse. The Former being a Translation from the Celebrated Marquis De L'Hospital's Analyse des Infiniment Petits: and the Latter Supply'd by the Translator*, 2 vols. (London: for W. Innys, 1730).
- Cajori, Florian. *A History of the Conceptions of Limits and Fluxions in Great Britain from Newton to Woodhouse* (London: The Open Court Publishing Company, 1919).
- Guicciardini, Niccolò. *The Development of Newton Calculus in Britain 1700-1800* (Cambridge: Cambridge University Press, 1989).
- Reading the Principia: The Debate on Newton's Mathematical Methods for Natural Philosophy from 1687 to 1736* (Cambridge: Cambridge University Press, 1999).